

Boussole du cours

Question directrice : Qu'est-ce qu'une dérivée, comment lire f' prime de x et dx/dt , et comment passer d'une pente moyenne à un changement instantané ?

Ressource pédagogique en libre accès : ce contenu n'est ni une formation professionnelle, ni un diplôme, ni une certification, ni une habilitation. Les exemples sont pédagogiques et ne remplacent pas l'ingénierie, les essais et la qualification d'un matériel spatial réel.

1 — La dérivée commence avec une question de compteur : « à quelle vitesse cela change maintenant ? »

Un rover parcourt 100 m en 20 s. Sa vitesse moyenne vaut 5 m/s. Mais cela ne dit pas s'il roulait à 2 m/s au départ et à 8 m/s plus tard.

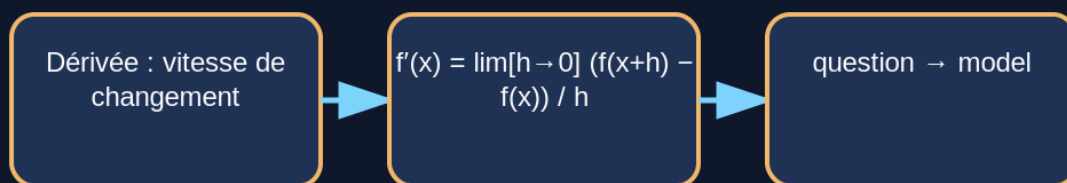
La **dérivée** répond à une question plus locale : **à quelle vitesse une grandeur change-t-elle à cet instant précis ?**

Un compteur de vitesse fournit une bonne image mentale : il ne vous donne pas seulement la vitesse moyenne depuis le départ ; il estime la vitesse autour de l'instant présent.

AM-01.11 · SPACE ACADEMY

Dérivée : vitesse de changement

Schéma pédagogique 1



Comprendre le raisonnement, puis seulement calculer.

La dérivée cherche le changement local, pas seulement la moyenne sur tout le trajet.

2 — Comment lire $f'(x)$, dx/dt et le symbole prime ?

$f'(x)$ se lit « **f prime de x** ». Le petit signe ' s'appelle « prime » et indique ici la dérivée de la fonction f .

dx/dt se lit « **d x sur d t** » ou « dérivée de x par rapport au temps t ». Il décrit la vitesse de changement de x lorsque t change.

Si x est une position en mètres et t un temps en secondes, alors dx/dt a l'unité **m/s**, mètres par seconde.

3 — De la pente moyenne à la pente locale

Entre deux instants t_1 et t_2 , la vitesse moyenne est :

$$\text{vitesse moyenne} = \Delta x \div \Delta t$$

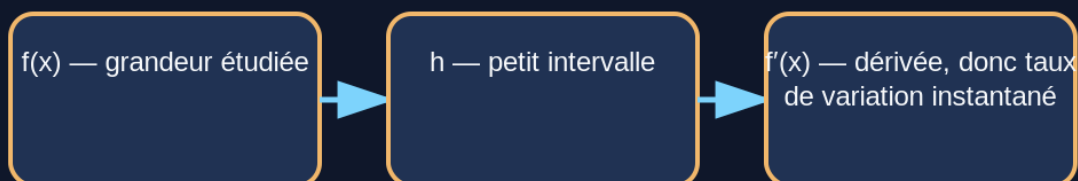
Pour approcher la vitesse à un instant précis, on choisit deux instants de plus en plus proches autour de cet instant. La pente moyenne devient alors une meilleure approximation de la pente locale.

La dérivée n'est pas « une division par zéro ». On étudie ce qui arrive lorsque l'intervalle devient très petit ; on ne remplace pas naïvement Δt par zéro dans une fraction.

AM-01.11 · SPACE ACADEMY

Dérivée : vitesse de changement

Schéma pédagogique 2



Comprendre le raisonnement, puis seulement calculer.

En rapprochant les deux points, la pente moyenne tend vers la pente locale.

4 — Exemple complet n°1 : un rover dont la position suit $x(t)=2t^2$

La formule $x(t)=2t^2$ se lit « x de t égale deux t au carré ». Elle donne une position x en fonction du temps t.

La dérivée de $2t^2$ est $dx/dt = 4t$. Cela signifie que la vitesse dépend du temps.

À $t=3$ s :

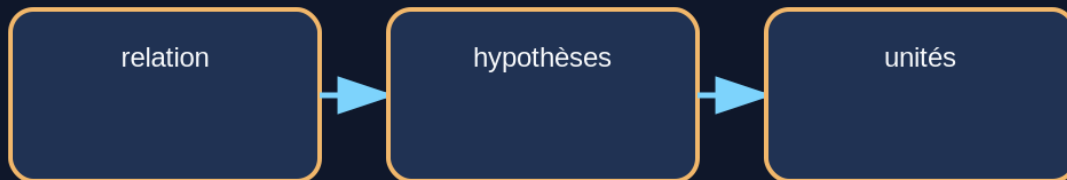
$$v = 4 \times 3 = 12 \text{ m/s}$$

Traduction : dans ce modèle, autour de la troisième seconde, la position du rover augmente à un rythme de 12 mètres par seconde.

AM-01.11 · SPACE ACADEMY

Dérivée : vitesse de changement

Schéma pédagogique 3



Comprendre le raisonnement, puis seulement calculer.

La pente de la courbe de position donne la vitesse instantanée.

5 — Exemple complet n°2 : pression d'un réservoir qui baisse

Supposons que la pression d'un réservoir passe de 300 kPa à 294 kPa entre $t=10$ s et $t=12$ s.

$$\Delta P = 294 - 300 = -6 \text{ kPa} \quad \Delta t = 12 - 10 = 2 \text{ s} \quad \text{taux moyen} \approx -6 \div 2 = -3 \text{ kPa/s}$$

Autour de cet intervalle, la pression baisse d'environ 3 kilopascals par seconde. Le signe négatif signale une diminution.

Avec des mesures plus rapprochées et un traitement adapté, on peut estimer la dérivée locale de la pression et détecter une fuite ou un transitoire.

6 — Exemple complet n°3 : montée en puissance d'un système électrique

Une alimentation passe de 2 kW à 5 kW en 6 s.

$$\Delta P = 5 - 2 = 3 \text{ kW} \quad \Delta t = 6 \text{ s} \quad \text{taux moyen} = 3 \div 6 = 0,5 \text{ kW/s}$$

Le système augmente sa puissance de 0,5 kilowatt par seconde en moyenne. Une dérivée instantanée permettrait de savoir si la montée est régulière ou si elle présente un pic.

7 — Les unités permettent de comprendre la dérivée avant même le calcul

Position en m divisée par temps en s → vitesse en m/s. Vitesse en m/s divisée à nouveau par temps en s → accélération en m/s².

Température en °C divisée par temps en min → °C/min. Pression en kPa divisée par temps en s → kPa/s.

Réflexe : demandez toujours « quelle grandeur change ? par rapport à quelle autre ? ». Les unités de la dérivée sont souvent la réponse en toutes lettres.

Dérivée : vitesse de changement

Schéma pédagogique 4



Comprendre le raisonnement, puis seulement calculer.

Les unités indiquent la nature physique du taux de changement.

8 — Avec de vraies mesures, la dérivée peut amplifier le bruit

Si un capteur oscille légèrement autour de la vraie valeur, calculer la différence entre deux mesures très proches peut faire apparaître des variations artificielles importantes. Les ingénieurs filtrent donc souvent les mesures et choisissent soigneusement l'intervalle de calcul.

Plus petit n'est pas toujours automatiquement meilleur : un intervalle trop grand lisse le phénomène ; un intervalle trop petit peut être dominé par le bruit du capteur.

9 — Calculatrice : estimer une dérivée à partir de deux mesures

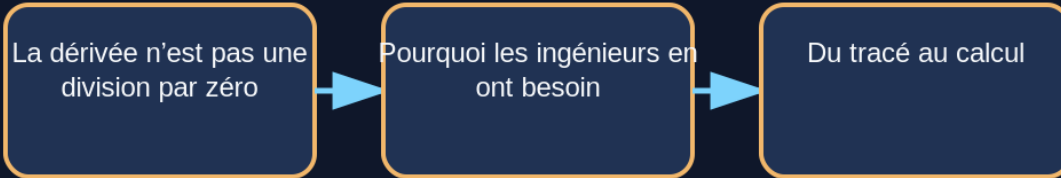
Si x vaut 48,2 m à 9,9 s et 50,6 m à 10,1 s :

$$\Delta x = 50,6 - 48,2 = 2,4 \text{ m} \quad \Delta t = 10,1 - 9,9 = 0,2 \text{ s} \quad v \approx 2,4 \div 0,2 = 12 \text{ m/s}$$

Cette valeur estime la vitesse autour de 10 s.

Dérivée : vitesse de changement

Schéma pédagogique 5



Comprendre le raisonnement, puis seulement calculer.

Deux mesures proches permettent d'estimer un taux local, à condition de contrôler le bruit.

10 — Ce qu'il faut retenir

- La dérivée mesure **la vitesse locale de changement**.
- $f'(x)$ se lit « f prime de x ».
- dx/dt se lit « d x sur d t ».
- Elle prolonge l'idée de pente moyenne vers un intervalle très petit.
- Ses unités sont « unité de la grandeur ÷ unité de la variable ».
- Sur des données réelles, bruit et échantillonnage comptent.

Exercices corrigés

Exercice 1

Une position passe de 10 m à 16 m entre 2 s et 4 s. Vitesse moyenne ?

$$(16-10)/(4-2)=6/2=3 \text{ m/s.}$$

Exercice 2

Si $x(t)=3t^2$, quelle est sa dérivée ? Quelle valeur à $t=2$ s ?

$dx/dt=6t$; à 2 s : 12 m/s si x est en mètres.

Exercice 3

Une pression baisse de 8 kPa en 4 s. Quel signe possède son taux ?

Négatif : $-8/4 = -2$ kPa/s.

Sources primaires et techniques

- [NIST — SI Units](#)
- [NASA — Guidance, navigation and control context](#)