

Boussole du cours

Question directrice : Comment transformer une direction inclinée en une part horizontale et une part verticale, et pourquoi sinus et cosinus le permettent-ils ?

Repères :  MESURÉ ·  CONVENTION ·  CALCULÉ ·  HYPOTHÈSE PÉDAGOGIQUE ·  APPROXIMATION

- comprendre la notion
- faire un calcul simple
- expliquer chaque symbole
- vérifier un résultat

Ressource pédagogique libre : ce contenu ne constitue ni une formation professionnelle, ni un diplôme, ni une certification, ni une habilitation. Les exemples servent à comprendre les principes et ne remplacent pas l'ingénierie, les essais ni la qualification d'un système réel.

1 — Avant sinus et cosinus : les mots indispensables

Nous allons partir d'une idée très simple : **une flèche inclinée peut être comprise comme deux actions simultanées**. Une partie va de gauche à droite ; l'autre va de bas en haut. Les mathématiques donnent ensuite un moyen de calculer la taille de chacune de ces deux parties.

Qu'est-ce qu'un angle ?

Un **angle** mesure l'ouverture entre deux directions. Si deux lignes forment exactement le coin d'une feuille de papier, elles forment un **angle droit** de **90 degrés**, noté 90° .

Le symbole $^\circ$ se lit « degré ». Ainsi 30° se lit « trente degrés ».

Horizontal, vertical, perpendiculaire

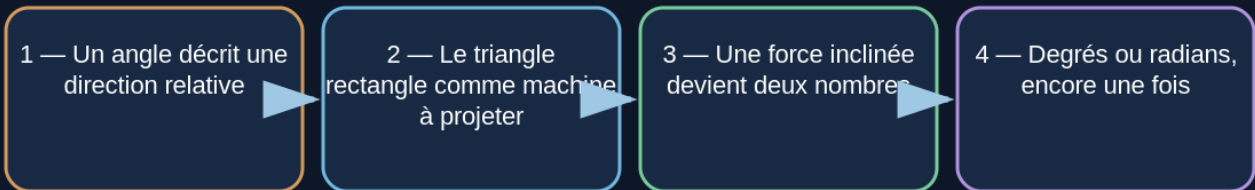
Horizontal signifie ici « de gauche à droite », comme une ligne tracée sur un sol parfaitement plat. **Vertical** signifie « de bas en haut ». Deux directions sont **perpendiculaires** lorsqu'elles forment un angle droit de 90° .

Qu'est-ce qu'un triangle rectangle ?

C'est simplement un triangle qui possède un angle droit. Son côté le plus long, placé en face de l'angle droit, s'appelle l'**hypoténuse**. Dans ce cours, l'hypoténuse représentera souvent la grande flèche inclinée que nous voulons comprendre.

Angles, sinus et cosinus : transformer une direction en composantes

Pourquoi un ingénieur utilise-t-il sinus et cosinus pour savoir quelle part d'une force agit horizontalement ou verticalement ?



Delta-Sierra · Space Academy

Le vocabulaire vient avant la formule : angle, horizontal, vertical, angle droit et triangle rectangle.

2 — Qu'appelle-t-on « part horizontale » et « part verticale » ?

Imaginez un rover qui monte une pente. Entre son point de départ et son point d'arrivée, il a fait deux choses en même temps : il a **avancé** et il a **monté**.

La **part horizontale** est la quantité correspondant uniquement à l'avancement vers la droite ou vers la gauche. La **part verticale** est la quantité correspondant uniquement à la montée ou à la descente.

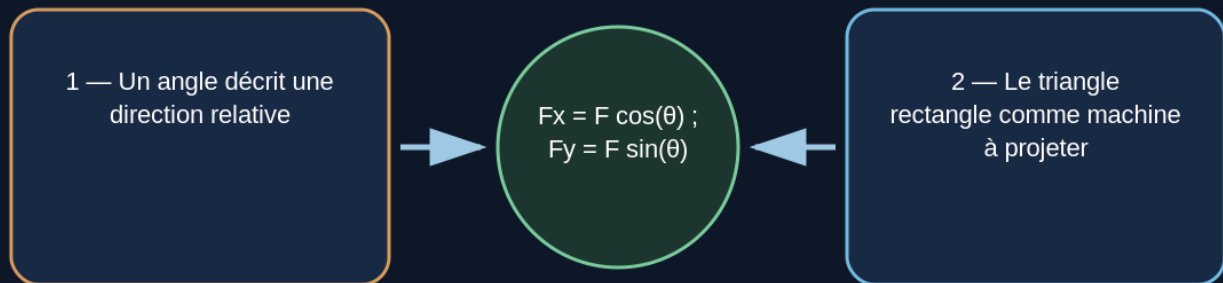
Ces « parts » ne sont pas deux forces ou deux déplacements indépendants ajoutés artificiellement après coup. Ce sont deux manières simples de décrire **la même action inclinée**.

Image mentale

Si une flèche inclinée relie le point de départ au point d'arrivée, on peut dessiner un chemin en forme de L : d'abord horizontalement jusqu'à se placer sous le point d'arrivée, puis verticalement jusqu'à ce point. Le déplacement horizontal et le déplacement vertical reconstituent ensemble la flèche inclinée.

Angles, sinus et cosinus : transformer une direction en composantes

1 — Un angle décrit une direction relative



Delta-Sierra · Space Academy

Une direction inclinée peut être décrite par une part horizontale et une part verticale.

3 — Que veulent dire F, Fx, Fy, cos et sin ?

Dans un exemple de force, la lettre **F** représente la **force totale**, c'est-à-dire la grande flèche inclinée. La lettre **F** se prononce simplement « effe ».

F_x se prononce « effe x ». Cela signifie : la part de la force qui agit dans la direction horizontale, appelée axe x.

F_y se prononce « effe y ». Cela signifie : la part de la force qui agit dans la direction verticale, appelée axe y.

cos(angle) se prononce « cosinus de l'angle ». **sin(angle)** se prononce « sinus de l'angle ». Le mot *sin* vient de l'abréviation internationale de sinus ; dans le texte français, nous continuerons à dire « sinus ».

Les deux formules

$F_x = F \times \cos(\text{angle})$ se lit : « effe x égale effe multiplié par le cosinus de l'angle ».

$F_y = F \times \sin(\text{angle})$ se lit : « effe y égale effe multiplié par le sinus de l'angle ».

À quoi servent-elles ? À prendre une grande force inclinée et à calculer séparément combien elle pousse horizontalement et combien elle pousse verticalement.

Qu'est-ce qu'un newton ?

Le **newton**, symbole N, est l'unité utilisée pour mesurer une force. À ce niveau, retenez simplement qu'une force est une poussée ou une traction. Dire « 100 N » signifie donc « une force de cent newtons ».

4 — Pourquoi le cosinus donne-t-il l'horizontal et le sinus le vertical ?

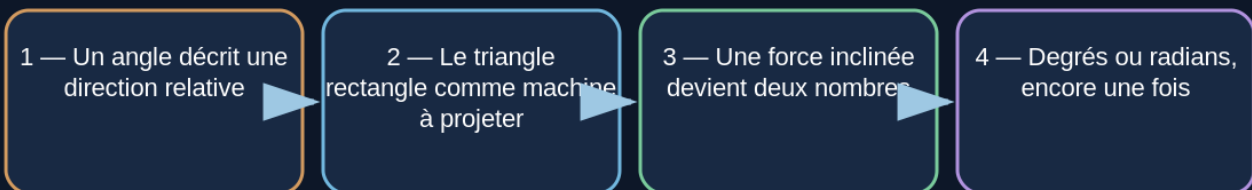
Dans le triangle rectangle formé par notre flèche, l'angle est mesuré ici **à partir de l'horizontale**. Le côté horizontal touche cet angle : on l'appelle le **côté adjacent**, c'est-à-dire « le côté placé juste à côté de l'angle ». Le côté vertical se trouve en face de l'angle : on l'appelle le **côté opposé**.

Le cosinus compare le côté adjacent à l'hypoténuse. Le sinus compare le côté opposé à l'hypoténuse. C'est pour cette raison que, lorsque l'angle est mesuré depuis l'horizontale, le cosinus retrouve la part horizontale et le sinus la part verticale.

Il ne faut pas mémoriser cette phrase sans comprendre la convention : **si l'angle était mesuré à partir de la verticale, les rôles seraient inversés**. La première question est donc toujours : « depuis quelle direction mesure-t-on l'angle ? »

Angles, sinus et cosinus : transformer une direction en composantes

2 — Le triangle rectangle comme machine à projeter



Delta-Sierra · Space Academy

Le choix du cosinus ou du sinus dépend de la position du côté par rapport à l'angle étudié.

5 — Trois exemples concrets, calculés ligne par ligne

Exemple A — Un rover parcourt 10 m sur une pente à 30°

Le rover se déplace de **10 m** dans une direction inclinée de **30° au-dessus de l'horizontale**. Nous voulons savoir de combien il avance horizontalement et de combien il monte.

La longueur totale est 10 m. L'angle est 30°.

La calculatrice donne $\cos(30^\circ) \approx 0,866$ et $\sin(30^\circ) = 0,5$.

Part horizontale : $10 \times 0,866 \approx 8,66 \text{ m}$.

Part verticale : $10 \times 0,5 = 5 \text{ m}$.

Traduction : pendant ce déplacement de 10 m sur la pente, le rover gagne environ 8,66 m horizontalement et 5 m en hauteur.

Exemple B — Un atterrisseur descend à 20 m/s avec une trajectoire inclinée à 60°

La vitesse totale vaut **20 m/s**. Ici, m/s se lit « mètres par seconde ». L'angle de 60° est mesuré depuis l'horizontale.

$\cos(60^\circ)=0,5$. Donc la part horizontale vaut $20 \times 0,5 = 10 \text{ m/s}$.

$\sin(60^\circ)\approx 0,866$. Donc la part verticale vaut $20 \times 0,866 \approx 17,32 \text{ m/s}$.

Comme l'atterrisseur descend, cette part verticale est dirigée vers le bas. Dans un repère où « vers le haut » est positif, un ingénieur pourrait lui donner un signe négatif. Mais sa taille reste environ 17,32 m/s.

Exemple C — Un câble tire une caisse avec 100 N à 30°

Le câble exerce une force totale de **100 N**, orientée à 30° au-dessus du sol.

Part horizontale : $F_x = 100 \times \cos(30^\circ) \approx 100 \times 0,866 = 86,6 \text{ N}$.

Part verticale : $F_y = 100 \times \sin(30^\circ) = 100 \times 0,5 = 50 \text{ N}$.

Traduction : le câble tire la caisse vers l'avant avec environ 86,6 N et la soulève avec 50 N.

Angles, sinus et cosinus : transformer une direction en composantes

Trois cas complets

1

Exemple A — 100 N à 0°

La force est entièrement sur x.

2

Exemple B — 100 N à 30°

Deux composantes reconstruisent la direction inclinée.

3

Exemple C — 100 N à 90°

La force est entièrement sur y.

Delta-Sierra · Space Academy

Trois usages d'une même idée : déplacement, vitesse et force.

6 — Calculatrice : vérifier le mode « degrés » avant de calculer

Pour refaire l'exemple du rover, la calculatrice doit être en mode **DEG**, abréviation de « degrés ». Si elle est en mode RAD, les nombres affichés ne correspondront pas à l'angle de 30° tel que nous l'utilisons ici.

Touches pour la part horizontale

1. Vérifiez que l'écran indique DEG. 2. Tapez **30**. 3. Appuyez sur **cos**. La calculatrice affiche environ 0,8660254. 4. Multipliez par **10**. Vous obtenez environ 8,660254. 5. Arrondissez raisonnablement à **8,66 m**.

Touches pour la part verticale

1. Tapez **30**. 2. Appuyez sur **sin**. La calculatrice affiche 0,5. 3. Multipliez par **10**. Vous obtenez **5 m**.

7 — Trois angles utiles pour contrôler si le résultat paraît logique

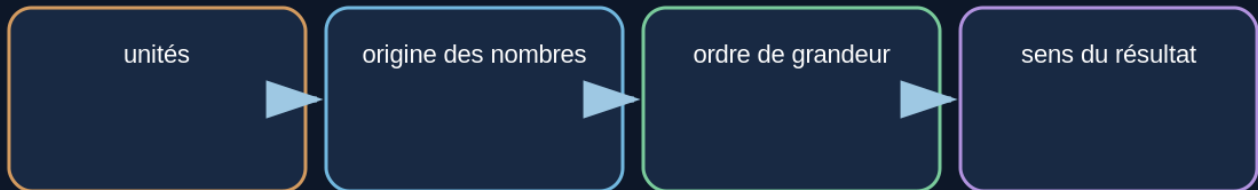
- 0° : la flèche est entièrement horizontale. $\cos(0^\circ)=1$ et $\sin(0^\circ)=0$. Toute la grandeur est horizontale.
- 45° : la situation est symétrique entre horizontal et vertical. Les deux composantes ont la même taille, environ 70,7 % de la flèche totale.

- **90°** : la flèche est entièrement verticale. $\cos(90^\circ)=0$ et $\sin(90^\circ)=1$. Toute la grandeur est verticale.

Ces cas servent de contrôle mental. Si votre calcul affirme qu'une flèche parfaitement verticale possède une grande composante horizontale, il y a une erreur.

Angles, sinus et cosinus : transformer une direction en composantes

Toujours vérifier



Delta-Sierra · Space Academy

Avant d'accepter un résultat, comparez-le à un cas simple que vous pouvez imaginer.

8 — Pièges fréquents

- Utiliser une formule sans savoir depuis quel axe l'angle est mesuré.
- Confondre la flèche totale avec l'une de ses composantes.
- Oublier que « horizontal » et « vertical » dépendent du repère choisi.
- Utiliser la calculatrice en radians alors que l'angle est donné en degrés.
- Donner seulement un nombre sans son unité : 8,66 *quoi* ? mètres, newtons ou mètres par seconde ?

Exercices et corrigés

Exercice 1

Un déplacement de 20 m se fait à 30° au-dessus de l'horizontale. Trouvez les parts horizontale et verticale.

Corrigé : horizontal $\approx 20 \times 0,866 = 17,32$ m ; vertical = $20 \times 0,5 = 10$ m.

Exercice 2

Une force de 50 N est parfaitement verticale. Quelles sont ses composantes ?

Corrigé : $F_x = 0 \text{ N}$; $F_y = 50 \text{ N}$.

Exercice 3

Pourquoi faut-il savoir depuis quel axe l'angle est mesuré ?

Corrigé : parce que la notion de côté adjacent ou opposé dépend de cet angle ; si on mesure depuis la verticale, le rôle de sinus et cosinus par rapport aux axes s'échange.

Sources primaires et pédagogiques

- [NIST SP 811 — Guide for the Use of the SI](#)
- [NASA Glenn — Rocket Control](#)