

## Boussole du cours

Question directrice : Comment calculer un changement « par unité », comprendre  $\Delta$ , les signes et la différence entre pente moyenne et pente locale ?

Ressource pédagogique en libre accès : ce contenu n'est ni une formation professionnelle, ni un diplôme, ni une certification, ni une habilitation. Les exemples sont pédagogiques et ne remplacent pas l'ingénierie, les essais et la qualification d'un matériel spatial réel.

# 1 — Une pente, avant les mathématiques : « combien ça monte quand j'avance ? »

Imaginez un rover martien au pied d'une rampe. Il avance de **10 mètres horizontalement** et, pendant ce déplacement, il gagne **2 mètres de hauteur**. Avant toute formule, la question est simplement : **pour chaque mètre parcouru vers l'avant, combien de mètres le rover monte-t-il ?**

La **pente** compare donc deux changements. Elle ne décrit pas seulement une route : le même raisonnement sert à décrire une température qui change avec le temps, une consommation qui augmente avec la puissance ou une masse d'eau produite chaque heure.

## Le mot « taux »

Un **taux de variation** signifie : « combien une quantité change lorsqu'une autre quantité augmente d'une unité ». Si une pompe produit 6 kg d'eau en 3 h, son taux moyen de production est 2 kg par heure.

## Pente et taux de variation : combien cela change par unité ?

Pourquoi divisons-nous une variation par une autre variation ?

Question physique

Commencer par une rampe réelle : combien monte-t-on pour une certaine avancée ?

## 2 — Les symboles : $\Delta$ , x, y et la formule de la pente

Le symbole  $\Delta$  est la lettre grecque delta. Il se prononce « **delta** ». Dans ce cours, il signifie « changement de » ou « variation de ».

$\Delta x$  se lit « delta x » : changement de x.  $\Delta y$  se lit « delta y » : changement de y.

$$\text{pente} = \Delta y \div \Delta x$$

Cette formule se lit : « **la pente égale la variation de y divisée par la variation de x** ».

### Pourquoi diviser ?

Parce que nous cherchons la variation de y *pour une seule unité* de variation de x. Diviser répartit le changement total de y sur le nombre d'unités de x.

## Pente et taux de variation : combien cela change par unité ?

**m**

pente ou taux moyen

**y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>**

valeurs initiale et finale

**x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>**

positions ou instants initiaux et finaux

Symboles et unités

$\Delta$  signifie variation : on compare un changement vertical à un changement horizontal ou temporel.

### 3 — Exemple complet n°1 : un rover monte une pente

Le rover avance de 40 m horizontalement et gagne 12 m de hauteur.

$$\Delta x = 40 \text{ m} \quad \Delta y = 12 \text{ m} \quad \text{pente} = 12 \div 40 = 0,30$$

Le résultat **0,30** signifie que le rover gagne 0,30 m de hauteur pour 1 m d'avancement horizontal. Comme les deux grandeurs sont ici toutes deux exprimées en mètres, le rapport n'a pas d'unité.

On peut aussi l'exprimer en pourcentage : **0,30 × 100 = 30 %**. Une pente de 30 % signifie donc 30 m de montée pour 100 m d'avancement horizontal, dans le même rapport.

**Attention** : une pente de 30 % n'est pas un angle de 30°. Pour passer d'un pourcentage de pente à un angle, il faut utiliser la trigonométrie.

## Pente et taux de variation : combien cela change par unité ?

$$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

Origine de la relation

Le calcul traduit une question concrète : combien de hauteur gagnée par mètre horizontal ?

## 4 — Deux autres exemples : production d'eau et refroidissement

### Exemple n°2 — Production d'eau

Une unité de traitement produit 18 kg d'eau en 6 h.

variation de masse = 18 kg variation de temps = 6 h taux moyen =  $18 \div 6 = 3$  kg/h

**kg/h** se lit « kilogrammes par heure ». Ici, les unités ne s'annulent pas : le résultat dit réellement combien de kilogrammes sont produits chaque heure.

### Exemple n°3 — Refroidissement d'un équipement

Un boîtier passe de 50 °C à 38 °C en 4 min.

$\Delta T = 38 - 50 = -12$  °C  $\Delta t = 4$  min taux moyen =  $-12 \div 4 = -3$  °C/min

Le signe négatif signifie que la température **diminue**. Le boîtier refroidit en moyenne de 3 °C par minute.

## 5 — Le signe et le point de départ racontent une histoire

Une pente positive signifie que y augmente lorsque x augmente. Une pente négative signifie que y diminue. Une pente nulle signifie que y reste constant sur l'intervalle étudié.

Il faut toujours calculer les variations à partir de deux valeurs : **valeur finale – valeur initiale**. Si le rover passe de  $x = 15$  m à  $x = 55$  m, alors  $\Delta x = 55 - 15 = 40$  m. On ne doit pas utiliser 55 m directement comme variation.

AM-01.06 · SPACE ACADEMY

### Pente et taux de variation : combien cela change par unité ?

120 L consommés en 8 h.

$$m = 120 \div 8 = 15 \text{ L/h.}$$

Exemple chiffré

Le signe de la pente indique le sens du changement.

## 6 — Pente moyenne et pente locale : la route peut changer sous les roues

La formule  $\Delta y / \Delta x$  donne une **pente moyenne** entre deux points. Mais une vraie pente peut être douce au début puis raide plus loin. Le nombre moyen ne dit pas exactement ce qui se passe à chaque endroit.

Pour connaître la pente à un point précis, on rapproche les deux points de mesure. Cette idée conduit à la **dérivée**, étudiée au cours AM-01.11.

**Image mentale :** la pente moyenne correspond au trajet global entre deux balises ; la pente locale correspond à ce que l'inclinomètre du rover mesure presque exactement sous ses roues.

## 7 — Sur une calculatrice : quoi taper exactement ?

Pour le rover : tapez  $12 \div 40 =$ . La calculatrice affiche 0,3. Pour obtenir le pourcentage, tapez ensuite  $\times 100 =$  : 30.

Pour le refroidissement : tapez d'abord  $38 - 50 =$  pour obtenir  $-12$ , puis  $\div 4 =$  pour obtenir  $-3$ .

La calculatrice ne sait pas si vous avez choisi les bonnes grandeurs. C'est vous qui devez décider ce que signifie le numérateur, le dénominateur et les unités.

AM-01.06 · SPACE ACADEMY

### Pente et taux de variation : combien cela change par unité ?

Toujours vérifier les unités, les hypothèses et le domaine de validité.

Le modèle est un outil : il ne remplace pas les essais et la qualification.

Limites et vérification

Toujours traduire le nombre final en une phrase avec son unité et son sens physique.

## 8 — Ce qu'il faut retenir

- Une pente ou un taux compare **deux variations**.
- $\Delta$  se lit « delta » et signifie « variation de ».
- On calcule une variation par « final – initial ».
- On divise parce qu'on cherche « combien de changement pour une unité ».
- Les unités du résultat disent ce que le taux mesure.
- Une pente moyenne peut cacher des variations locales.

---

## Exercices corrigés

### Exercice 1

Un rover avance de 25 m et monte de 5 m. Quelle pente moyenne ?

$$5 \div 25 = 0,20 = 20 \, \%.$$

### Exercice 2

Un réservoir gagne 48 kg d'eau en 8 h. Quel taux moyen ?

$$48 \div 8 = 6 \, \text{kg/h}.$$

### Exercice 3

Une température passe de 20 °C à 32 °C en 6 min. Quel taux moyen ?

$$\Delta T = 12 \, ^\circ\text{C} ; 12 \div 6 = +2 \, ^\circ\text{C/min. Le signe positif indique un réchauffement.}$$

---

## Sources primaires et techniques

- [NIST — SI Units](#)
- [NASA/JPL Education — mathematical modelling resources](#)